

WCAWE 技术快速求解宽频带散射特性

万继响, 梁昌洪

(西安电子科技大学, 陕西西安 710071)

摘要: 本文首先对用于矩量法(MoM)频带响应求解的传统波形渐进估计(AWE)技术进行了深入分析, 得出传统 AWE 技术有可能产生病态的 Pade 逼近系数矩阵这一重要结论. 由此引用了良态波形渐进估计(WCAWE)技术, 并用快速求解任意形状三维导体的宽频带雷达散射截面. 数值结果表明: 采用 WCAWE 技术, 计算效率明显提高.

关键词: 矩量法; 波形渐进估计; Pade 逼近; 良态波形渐进估计

中图分类号: TN820 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2004) 06-1002-04

Fast Calculations of Scattering Response over a Wide Frequency Band Using WCAWE

WAN Jixiang, LIANG Changhong

(Xiidian Univ., Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: Traditional asymptotic waveform evaluation (AWE) with Moment of Method (MoM) for frequency response fast calculations is analyzed deeply. And an important conclusion is drawn: ill conditioned coefficient matrix of Pade approximation may be resulted from traditional AWE. Well conditioned asymptotic waveform evaluation is thus introduced. And an implementation of WCAWE is presented for obtaining the frequency response of the Radar Cross Section (RCS) of arbitrarily shaped three dimensional perfect electric conductor (PEC) bodies. Examples given demonstrate that the numerical computation efficiency is improved drastically using WCAWE.

Key words: MoM; AWE; pade approximation; WCAWE

1 引言

为了降低数值计算的复杂度、节约计算时间, 模型降阶技术(MORE)最近引起了研究者的广泛兴趣. 1989年, G J Burke等提出了基于模型参数估计(MBPE)技术^[1]; 次年, L T Pillage等提出了类似的波形渐进估计(AWE)技术^[2]. 事实上, AWE技术可以看作是MBPE技术单点展开的特殊情况. AWE技术提出后得到了十分广泛应用, 并逐渐应用到电磁问题的分析中^[3,4]. 然而, 本文将传统 AWE 技术与矩量法结合使用时发现: 传统 AWE 技术有可能产生病态的 Pade 逼近系数矩阵, 从而限制了它的应用. 为了克服这一缺点, 本文引用了良态波形渐进估计(WCAWE)技术^[5], 并将其与矩量法结合用于分析任意形状三维 PEC 的宽频带散射特性. 数值结果表明: WCAWE 技术展开半径明显拓宽, 计算效率也相应提高.

2 传统 AWE 技术

采用矩量法, 某物理现象可用如下矩阵方程表示:

$$A(k)X(k) = b(k) \quad (1)$$

式中 $A(k)$ 是 $N \times N$ 的复矩阵, $b(k)$ 是维复矢量, $X(k)$ 是待求 N 维复矢量.

求解式(1)可得到某特定频率的电流系数 $I(k)$, 此电流系数可以展开为 Taylor 级数形式:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{\infty} m_n (k - k_0)^n \quad (2)$$

$$\text{式中 } m_n = A^{-1}(k_0) \left[\frac{b^{(n)}(k_0)}{n!} - \sum_{q=0}^n \frac{(1 - D_{\Phi}) A^{(q)}(k_0) m_{n-q}}{q!} \right] \quad (3)$$

$$D_{\Phi} = \begin{cases} 1, & q=0 \\ 0, & q \geq 1 \end{cases}$$

$A^{(q)}(k_0)$ 和 $b^{(n)}(k_0)$ 是 $A(k)$ 和 $b(k)$ 关于 k 在 k_0 处的 q 次导数值.

为了展宽收敛半径, 电流也可以通过 Pad 逼近展开为有理函数:

$$X(k) = \frac{\sum_{i=0}^L a_i (k - k_0)^i}{\sum_{j=0}^M b_j (k - k_0)^j} \quad (4)$$

式中 $a_0 = X(k_0)$, $b_0 = 110$, 其余 $p = L + M$ 个未知数可通过求解如下方程得到:

$$Z_m I_{ab} = V_m \quad (5)$$

式中矩阵 Z_m 、 I_{ab} 和 V_m 元素具体参见文献[4]式(17)。

求得系数后,利用式(4)就可以求出频带内任意频点的电流,其误差为 $o(k^{p+1})$ 。一般说来,随着 p 的增大,所求电流应越逼近真实电流,但这并不适用于传统 AWE 技术产生的 p ade 近似电流^[6]。实际上,当 p 大于一定值时,很难再继续提取有用的信息。究其原因系数矩阵 Z_m 的条件数太大。系数矩阵 Z_m 的条件数是衡量解向量 I_{ab} 准确程度的一个重要标志。一般说来,条件数每增大 10 倍,精度降低一位。因此,若以单精度计算,当矩阵 Z_m 条件数超过 $o(10^8)$ 时,再增大 p 就没意义了也即传统 AWE 技术停滞了。

下面以金属球的散射为例来说明传统 AWE 的这种特性。半径 $a = 0.125m$, 用 624 个三角形单元剖分, 936 个未知数。归一化电场入射平面波 $E_z = e^{-jkz}$, 入射方向 $k = +x$ 。现以 550MHz 作为展开频率, 考察 100MHz~ 1000MHz 频带内球的单站 RCS 频率响应, 如图 1 所示。可以看出: $p = 20$ 时的结果较 $p = 15$ 时的结果有了一定提高, 而 $p = 30$ 时的结果几乎与 $p = 20$ 时的结果重合。但这并不是说在展开频率 550MHz 处没有更多的有用信息提取, 而是由于系数矩阵 Z_m 性质的问题使得传统 AWE 技术没有能力提取。图 2 给出了 $p = 20$ 时系数矩阵 Z_m 的条件数, 所有未知电流系数对应的矩阵 Z_m 条件数均超过 $o(10^8)$, 因此传统 AWE 技术停滞。显然, 传统 AWE 技术并没有将展开点的所有有用信息量全部提取出来, 从而限制求解带宽。为此, 本文引用了 WCAWE 技术^[5]。

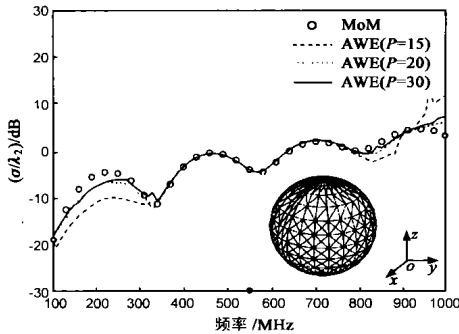


图 1 金属球单站 RCS 频带特性

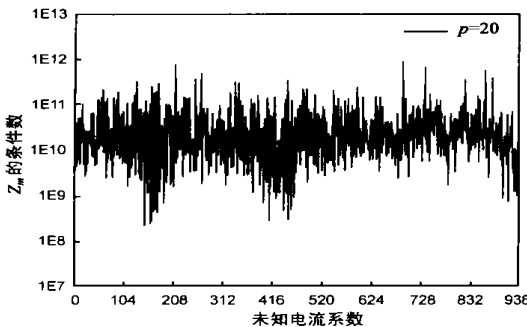


图 2 条件数沿未知电流系数的分布

3 WCAWE 技术

3.1 WCAWE 技术

选择 k_0 作为展开点, 并将式(1)在该点写成 Taylor 级数

的形式:

$$\sum_{i=0}^{a_1} (R^i A^{(i)}) X(k) = \sum_{j=0}^{a_2} R^j b^{(j)} \quad (6)$$

式中, $R = k - k_0$, a_1, a_2 应选的足够大以至于 $A^{(i)}$ 和 $b^{(j)}$ 的高阶项可以省略。

则利用 AWE 技术产生的子空间 $W_q \in C^{N \times q}$ 满足:

$$\begin{aligned} w_1 &= A^{-1} b \\ w_2 &= A^{-1} (b^{(1)} - A^{(1)} w_1) \\ &\vdots \\ w_q &= A^{-1} (b^{(q-1)} - \sum_{m=1}^{\min(a_1, q-1)} (A^{(m)} w_{q-m})) \end{aligned} \quad (7)$$

这里 $W_q = [w_1, w_2, \dots, w_q]$ 且 $b^{(j)} = 0, j > a_2$ 。

实质上式(7)中的 w_i 就对应于(3)式中的 M_n , 只不过, 此处认为 a_1, a_2 和 q (对应于传统 AWE 中的 p) 互不相等罢了。最近, Galerkin AWE (GAWE)^[7] 技术也被提出来。该方法首先求出 W_q 的单位正交基 W_q , 并把它作为映射矩阵 $A(k)$ 的降阶模型空间。这样 $x(k)$ 的第 n 次近似 $x_n(k)$ ($n = 1, \dots, q$) 此时就是空间 W_n 的最佳 0 近似。从而

$$x_n(k) \approx U W_n g_n(k) \quad (8)$$

$$\text{式中 } g_n(k) = \left(\sum_{i=0}^{a_1} R^i W_n^T A^{(i)} W_n \right)^{-1} \left(\sum_{j=0}^{a_2} R^j W_n^T b^{(j)} \right)$$

GAWE 与 AWE 相比虽然加宽了有效求解带宽, 但并没有根本上改变病态性质^[5]。为此, 文献[5]提出了 WCAWE 技术, 引入了修正项, 其产生矢量过程如下:

$$\begin{aligned} \hat{v}_1 &= A^{-1} b \\ \hat{v}_2 &= A^{-1} (b^{(1)} e_1^T P_{U1}(2, 1) e_1 - A^{(1)} v_1) \\ &\vdots \\ \hat{v}_q &= A^{-1} \left(\sum_{m=1}^{\min(a_2, q-1)} (b^{(m)} e_m^T P_{U1}(q, m) e_{q-m}) - A^{(1)} v_{q-1} \right. \\ &\quad \left. - \sum_{m=2}^{\min(a_1, q-1)} (A^{(m)} v_{q-m} P_{U2}(q, m) e_{q-m}) \right) \end{aligned} \quad (9)$$

式中 e_r 是除了第 r 个元素等于 1 外其余元素都为 0 的矢量; 而 \hat{v}_n 和 v_n 是由 $n \times n$ 的上三角非奇异矩阵 U 通过如下方程联系在一起:

$$V_n = \mathcal{V}_n U^{-1} \quad (10)$$

这里, $V_n = [v_1, v_2, \dots, v_n]$, $\mathcal{V}_n = [\hat{v}_1, \hat{v}_2, \dots, \hat{v}_n]$

引入的修正项为:

$$P_{Uw}(n, m) = \prod_{t=w}^m U(t: n-m+t-1, t: n-m+t-1)^{-1} \quad (11)$$

式中 $w = 1$ 或者 2 且 $\prod_{t=1}^2 U_t^{-1} = U_1^{-1} U_2^{-1}$ 。

注意到: 除了要求 U 矩阵必须是上三角非奇异矩阵以外, 再没有其他限制。因此, 可以自由地选择 U 矩阵。而本文选择 U 矩阵元素为单位正交化 V_n 的 Gram-Schmidt 系数, 得到了比传统 AWE 技术更吻合的数值结果。

3.1.2 WCAWE 算法

$$\hat{v}_1 = A^{-1} b$$

```

U(1, 1) = + \hat{v}_1 +
v_1 = \hat{v}_1 U(1, 1)^{-1}
Do n= 2, 3, , , q
    \hat{v}_n = A^{-1} ( \sum_{m=1}^{\min(a_2, n-1)} (b^{(m)} e_1^T P_{U1}(n, m) e_{n-m}) - A^{(1)} v_{n-1}
    - \sum_{m=2}^{\min(a_1, n-1)} (A^{(m)} v_{n-m} P_{U2}(n, m) e_{n-m}) )
Do A= 1, 2, 3, , , n- 1
    U(A, n) = \sqrt{\lambda_A} \hat{v}_n
    \hat{v}_n = \hat{v}_n - U(A, n) v_A
end do
U(n, n) = + \hat{v}_n +
v_n = \hat{v}_n U(n, n)^{-1}
end do
do f= f_{min}, f_{max}
    R= k- k_0
    g_q(k) = ( \sum_{i=0}^{a_1} R^i v_q^T A^{(i)} v_q )^{-1} ( \sum_{j=0}^{a_2} R^j v_q^T b^{(j)} )
    X_q(k) = V_q g_q(k)
end do
    
```

在此算法中, $q@q$ 的矩阵 $\bar{V}_q^T A^{(i)} V_q$ 仅仅需要计算一次; 同时, 最后一次循环中, 每个频率点只须将 $q@q$ 的矩阵 $\bar{V}_q^T A^{(i)} V_q$ 的求逆一次而不是 $N@N$ 的矩阵 $A(k)$, 这里 $q \ll N$. 因此, 计算效率大大提高.

下面仍以上述金属球散射为例, 研究 WCAWE 技术的性质, 取 $a_1 = a_2 = 9$, 展开频率为 550MHz, 利用式(9)可考察矩阵 $\bar{V}_q^T V_q$ 的条件数随迭代次数 q 的变化情况, 如表 1 所示. 并利用式(3)求得传统 AWE 形成的矩阵 $M_p^T M_p$ 的条件数, 以作比较. 这里, $M_p = [m_1, m_2, \dots, m_p]$. 显然, WCAWE 技术明显改善阶模型的病态性质.

表 1 $M_p^T M_p$ 与 $\bar{V}_q^T V_q$ 的条件数

p	$M_p^T M_p$ 的条件数	q	$\bar{V}_q^T V_q$ 的条件数
5	1253490	5	125.164
9	1.190e+10	9	284.129
15	1.595e+14	15	142.2087
20	2.678e+18	20	236.689
30	2.517e+25	30	540.013

4 实例计算

4.1 金属缝隙方板

为了验证程序的正确性, 首先计算了一块带有缝隙的金属方板. 方板尺寸为: 1K@1K; 缝隙尺寸为 0.175K@0.05K; 板厚 0.05K. 归一化电场入射平面波 $E_y = e^{-jk^z r}$, 入射方向 $k = -\hat{x}$, 如图 2 所示. 图中给出了本文 MOM 计算的 XOY 面方向图, 并与 ANSOFT 的仿真结果比较, 吻合良好, 验证了程序的正确性.

4.2 NASA 杏仁核

杏仁核长 25.2cm, 核底位于坐标原点, 核身沿 x 轴放置.

表面采用 1304 个三角形剖分, 共 1956 个未知数, 如图 4 所示. 归一化电场入射平面波 $E_y = e^{-jk^z r}$, 入射方向 $k = -\hat{x}$. 考察 118GHz~314GHz 频带内的单站 RCS. 图 4 分别给出了以 215GHz 作为频率展开点的 AWE 和 WCAWE 的结果, 并与 MoM 逐点计算结果比较. 可以看出: 只有 WCAWE 结果在整个频带内与 MoM 结果吻合良好. 所有计算均在内存为 512M 的奔 IV 2G PC 上完成, 每隔 50MHz 采样, 共 33 个频点, MoM 总的 CPU 时间为 4619.1 秒, 求 9 次和 15 次导数矩阵的 AWE 技术分别需 1469.4 秒和 3854.9 秒, 而求 9 次导数矩阵的 WCAWE 技术则需 2354.1 秒, 计算效率大约为 MoM 的两倍.

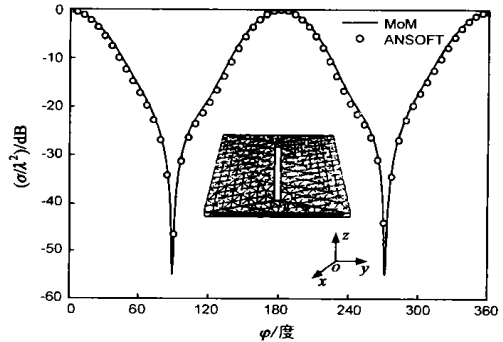


图 3 带缝隙的金属板 XOY 面方向图

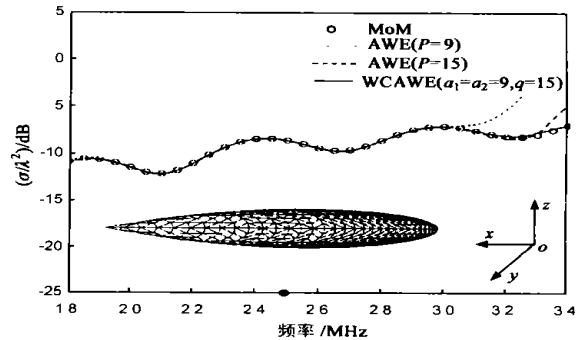


图 4 NASA 杏仁核单站 RCS 频带响应

4.3 两平板的组合体

两平板完全相同, 尺寸为 1cm@1cm, 相距 0.15cm, 坐标原点位于上平板的中心且遮挡下平板 1/4 部分, 表面采用 1024 个三角形剖分, 共 1472 个未知数, 如图 5 所示. 归一化电场入射平面波 $E_y = e^{-jk^z r}$, 入射方向 $k = +\hat{x}$. 考察 22GHz~50GHz 频带内的单站 RCS. 图 5 分别给出了作为频率展开点的 AWE

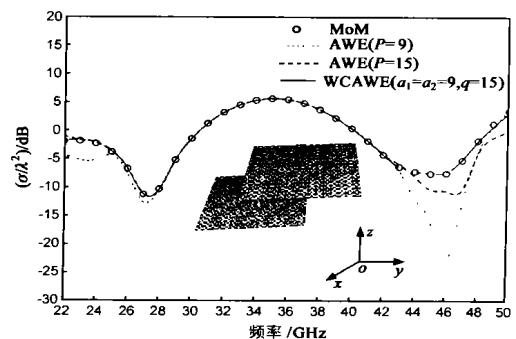


图 5 两平板单站 RCS 频带响应

和 WCAWE 的结果, 并与 MoM 逐点计算结果比较. 可以看出: 只有 WCAWE 结果在整个频带内与 MoM 结果吻合良好. 所有计算均在内存为 512M 的奔 IV 2G PC 上完成, 每隔 1GHz 采样, 共 29 个频点, MoM 总的 CPU 时间为 1941.7 秒, 求 9 次和 12 次导数矩阵的 AWE 技术分别需 886.3 秒和 1404.5 秒, 而求 9 次导数矩阵的 WCAWE 技术则需 1025.11 秒, 计算效率大约为 MoM 的两倍.

从几个典型实例的计算结果可以看出:

(1) 当 p 较大时, 传统 AWE 技术有可能出现病态问题;

(2) 随着 p 的增加, 传统 AWE 的计算时间明显增加, 这是由于导数矩阵 $A^{(n)}(k_0)$ 以及 AWE 技术所涉及的运算量加大.

因此, 对传统 AWE 技术, p 取 8 左右为宜, 这也节约了计算机存储资源.

(3) 由于在每个频点需要计算 $q \times q$ 的矩阵 $V_q^T A^{(i)} V_q$ 一次, 因此 WCAWE 技术计算时比 $p = a_1$ 的 AWE 技术稍长, 但此时 AWE 技术的计算结果并不完全正确. 同时, WCAWE 技术计算时间比 $p = q$ 的 AWE 技术少得多. 且其展开频带最宽, 当待求频带较宽时, WCAWE 技术需要的展开点最少, 那时计算效率提高更为明显.

(4) WCAWE 技术数值计算稳定, 且容易实现自动化的多点 WCAWE 技术, 从而提高波形渐进估计技术的实用性. 关于这方面的工作, 作者已另文报道^[8].

5 结束语

本文对与矩量法结合的传统 AWE 技术进行了深入研究, 得出了应用于矩量法的传统 AWE 技术有可能产生病态的 Pade 逼近系数矩阵这一重要结论. 为了解决这一难题, 本文引入了 WCAWE 技术, 并将其与矩量法结合用于求解复杂电磁环境中的电磁辐射和散射问题. 数值结果表明与传统的波形渐进估计技术(AWE)相比, 精度有明显提高. 同时, 由于不需要重复求解矩阵方程, 因而计算效率也大大提高.

参考文献:

- [1] Burke G J, et al. Using modelbased parameter estimation to increase the efficiency of computing electromagnetic transfer functions[J]. IEEE Trans. Magnetics, 1989, 25(7): 2807- 2809.

- [2] Pillage L T, et al. Asymptotic waveform evaluation for timing analysis [J]. IEEE Trans. Comput. Aided Des. Integrated Circuits and Syst, 1990, 9(4): 352- 366.
- [3] Cockrell C R, et al. Asymptotic Waveform Evaluation (AWE) Technique for Frequency Domain Electromagnetic Analysis [R]. USA: NASA Technical Memorandum 110292, 1996.
- [4] Reddy C J. Application of Model Based Parameter Estimation for RCS Frequency Response Calculations Using Method of Moments[R]. USA: NASA/ CR21998- 206951.
- [5] Stone R D. Fast frequency sweep model order reduction of polynomial matrix equations resulting from finite element discretizations[D]. Ph D Dissertation. USA: Ohio State University, 2002.
- [6] Peter Feldmann, et al. Efficient linear circuit analysis by Pade approximation via the lanczos process[J]. IEEE Trans. Comput. Aided Des. Integrated Circuits and Syst, 1995, 14(5): 639- 649.
- [7] Stone R D, et al. Multipoint galerkin asymptotic waveform evaluation for model order reduction of frequency domain FEM electromagnetic radiation problem[J]. IEEE Trans. Antennas Propagat, 2001, AP49(10): 1504- 1513.
- [8] 万继响, 梁昌洪. 矩量法快速求解全频带特性的 AMWCAWE2 MNM 技术[J]. 电子学报, 2004, 32(6): 911- 914.

作者简介:



万继响 男, 1978 年出生于河南, 现为西安电子科技大学电磁场与微波技术专业博士研究生, 主要从事电磁场数值计算、微带天线和电路、电磁兼容以及模型降阶技术等方面的研究.

梁昌洪 男, 1943 年出生于上海, 教授, 博士生导师, 曾任西安电子科技大学校长, 中国电子学会会士、IEEE Senior member, 主要从事计算场论、计算微波、微波网络理论、电磁散射与逆散射、电磁兼容等方面的研究.